THINKING 101
IMÁGENES

El teorema de Bayes es:

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A) \times P(A)}{P(B \mid A) \times P(A) + P(B \mid no\text{-}A) \times P(no\text{-}A)}$$

donde P(A) y P(B) significan tasas base de A y B, es decir, la frecuencia con la que se produce el cáncer de mama y la frecuencia con la que vemos mamografías positivas, mientras que no-A significa ausencia de A, es decir, no tener cáncer de mama. Por lo tanto, P(B|no-A) significa, por ejemplo, la probabilidad de que uno muestre un mamograma positivo incluso cuando no tiene cáncer de mama (como puede ocurrir, por ejemplo, debido a senos densos). Si aplicamos el ejemplo de la mamografía positiva a este teorema, aunque la probabilidad de que las mujeres con cáncer de mama muestren mamografías positivas, P(B|A), sea muy alta, digamos del 80 %, y la probabilidad de que las mujeres sin cáncer de mama muestren una mamografía positiva, P(B|no-A), sea muy baja, digamos del 9,6 %, la probabilidad de que las mujeres que dan positivo en la mamografía tengan cáncer de mama, P(A|B), es solo del 0,078 o el 7,8 %. Esta probabilidad es sorprendentemente baja, y se debe a que la tasa base de cáncer de mama en la población, P(A), es del 1 %. He aquí la ecuación con todos los números introducidos.

$$\frac{0{,}8 \times 0{,}01}{0{,}8 \times 0{,}01 + 0{,}096 \times (1 - 0{,}01)} = 0{,}078$$

Esta cifra es tan baja que las que dan positivo en una mamografía necesitan pruebas adicionales, y también es la razón por la que existe controversia sobre si debe recomendarse la mamografía anual.

En un estudio realizado a principios de la década de 1980[31], se proporcionaron estas cifras a los participantes (incluidos médicos en ejercicio) y se les pidió que calcularan la probabilidad de que una mujer con una mamografía positiva tuviera cáncer de mama. ¿Dieron los médicos mejores estimaciones? No. La mayoría de las personas, incluidos 95 de cada 100 médicos, dijeron que la probabilidad era de entre el 75 y el 80 %. Para que esa probabilidad fuera tan alta, la tasa base de cáncer de mama, P(A), tenía que ser ridículamente alta, digamos un 30 %. Es decir, solo si el cáncer de mama afecta a un tercio de las mujeres de mediana edad, en lugar de al 1 %, podemos decir que una mamografía positiva se traduce en un 80 % de probabilidades de tener cáncer de mama. Dado que el cáncer de mama es mucho más raro que eso, la probabilidad de que una mamografía positiva detecte un cáncer de mama real es inferior al 10 %.

Este último punto nos remite a Hume frente a Bayes. Hume cuestionó la validez de la resurrección de Jesús, dado que, fuera de la Biblia, ningún muerto había resucitado en toda la historia de la humanidad, y que solo unos pocos testigos declararon haber visto a Jesús después de su crucifixión. Bayes no publicó nada para rebatir el argumento de Hume, pero según los filósofos y matemáticos modernos, he aquí cómo podría haberlo hecho utilizando su propia ecuación[32]. Si uno cree que la probabilidad de la resurrección de Jesús, P(A), es alta, entonces la probabilidad de que Jesús resucitara realmente dado que tenía testigos, $P(A|B)$, puede ser alta, suponiendo que estos testigos sean tan fiables como la mamografía del cáncer de mama. En otras palabras, afirmar que el milagro de Jesús ocurrió realmente no viola los principios racionales de la teoría de la probabilidad. Por supuesto, si una persona que razona no creyera que Jesús es el Mesías de manera que la P(A) fuera muy baja, el argumento de Hume sería racionalmente correcto.

---

31. Eddy, D. M. (1982). «Probabilistic reasoning in clinical medicine: Problems and opportunities». *Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases*. Editado por Daniel Kahnerman, Paul Slovic y Amos Tversky. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 249-67.

32. Dawid, P. y Gillies, D. (1989). «A Bayesian analysis of Hume's argument concerning miracles». *Philosophical Quarterly (1950-) 39*, n.º 154, pp. 57-65.